

# HISOBLASH VA AMALIY МАТЕМАТИКА MUAMMOLARI

ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ  
И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

PROBLEMS OF COMPUTATIONAL  
AND APPLIED MATHEMATICS



# ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

**№ 2(39) 2022**

Журнал основан в 2015 году.

Издается 6 раз в год.

**Учредитель:**

Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и  
искусственного интеллекта.

**Главный редактор:**

Равшанов Н.

**Заместители главного редактора:**

Азамов А.А., Арипов М.М., Шадиметов Х.М.

**Ответственный секретарь:**

Ахмедов Д.Д.

**Редакционный совет:**

Азамова Н.А., Алоев Р.Д., Бурнашев В.Ф., Гасанов Э.Е. (Россия),  
Загребина С.А. (Россия), Задорин А.И. (Россия), Игнатъев Н.А.,  
Ильин В.П. (Россия), Исмагилов И.И. (Россия), Кабанихин С.И. (Россия),  
Карачик В.В. (Россия), Маматов Н.С., Мирзаев Н.М., Мухамедиева Д.Т.,  
Нормуродов Ч.Б., Нуралиев Ф.М., Опанасенко В.Н. (Украина), Раджабов С.С.,  
Расулов А.С., Самаль Д.И. (Беларусь), Старовойтов В.В. (Беларусь), Хаётов А.Р.,  
Хамдамов Р.Х., Хужаев И.К., Хужаеров Б.Х., Чье Ен Ун (Россия),  
Шабозов М.Ш. (Таджикистан), Шадиметов Х.М., Dimov I. (Болгария),  
Li Y. (США), Mascagni M. (США), Min A. (Германия), Rasulev V. (США),  
Schaumburg H. (Германия), Singh D. (Южная Корея), Singh M. (Южная Корея).

Журнал зарегистрирован в Агентстве информации и массовых коммуникаций при  
Администрации Президента Республики Узбекистан.

Регистрационное свидетельство №0856 от 5 августа 2015 года.

**ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X**

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

За точность фактов и достоверность информации ответственность несут авторы.

**Адрес редакции:**

100125, г. Ташкент, м-в. Буз-2, 17А.

Тел.: +(99871) 231-92-45.

E-mail: info@pvpm.uz.

Сайт: www.pvpm.uz.

**Дизайн и компьютерная вёрстка:**

Шарипов Х.Д.

Отпечатано в типографии НИИ РЦТИИ.

Подписано в печать 29.04.2022 г.

Формат 60x84 1/8. Заказ №2. Тираж 100 экз.

# Содержание

<i>Азимов Б.М., Кубаев С.Т.</i>	
Исследование устойчивости движения хлопкоуборочной машины МХ-2.4 и навесной системы уборочных аппаратов при вертикальных колебаниях . . .	5
<i>Хусаинов Р.Б., Хусаинов С.Б., Пулатова Р.Т.</i>	
Продольные колебания подземных трубопроводов конечной длины в среде, окруженной грунтом с различными свойствами по длине трубопровода . . .	16
<i>Хужаев Ж.И., Равшанов Ш.А., Хужаев И.К.</i>	
Экспозиция и интенсивность солнечной радиации на гранях прямоугольного параллелепипеда . . . . .	30
<i>Матякубов А.С., Раупов Д.Р.</i>	
Численное и визуальное моделирование для blow-up режимов в двух компонентных нелинейных средах . . . . .	40
<i>Мирзаева З.М., Расулмухамедов М.М.</i>	
О порядке расчета пространственных конструкций на переменные нагрузки	52
<i>Полатов А., Икрамов А., Жуманиёзов С., Сапаев Ш.</i>	
Компьютерное моделирование двумерных нестационарных задач теплопроводности для неоднородных тел методом конечных элементов . . . . .	61
<i>Равшанов Н., Шадманов И.У., Мирзаева Н.М.</i>	
Моделирование и визуализация теплового переноса в пористых средах . . .	72
<i>Алов Р.Д., Дадабаев С.У., Исмоилова Г.Б., Тураев З.У.</i>	
Построение и исследование разностной схемы контроля характеристических скоростей для гиперболических систем . . . . .	88
<i>Аннакулова Г.К., Саидов С.А.</i>	
Устойчивость двухкаскадной пневмогидравлической системы с релейным управлением . . . . .	113
<i>Фаязов К.С., Хажиев И.О.</i>	
Некорректная краевая задача для дифференциального уравнения высокого порядка с одной линией вырождения . . . . .	122
<i>Шадиметов Х.М., Гуломов О.Х.</i>	
Вычисление всех неэквивалентных квадратичных форм, дающих смежные совершенные формы с $\varphi_1^7(x)$ . . . . .	130
<i>Задорин А.И., Задорин Н.А.</i>	
Применение двухсеточного метода для решения сингулярно возмущенной эллиптической задачи . . . . .	142
<i>Суванов Ш.</i>	
Новая методика модели искусственной нейронной сети для прогнозирования сердечных заболеваний . . . . .	150

УДК 519.6

## МОДЕЛИРОВАНИЕ И ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ТЕПЛОВЛАГОПЕРЕНОСА В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

<sup>1</sup>Равшанов Н., <sup>2\*</sup>Шадманов И.У., <sup>3</sup>Мирзаева Н.М.

\*i.shadmanov@mathinst.uz

<sup>1</sup>Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и искусственного интеллекта,

100125, Узбекистан, Ташкент, м-в. Буз-2, 17А;

<sup>2</sup>Бухарское отделение Института математики имени В.И.Романовского АН РУз,  
200114, Узбекистан, Бухара, улица Мухаммад Икбол 11;<sup>3</sup>Ташкентский университет информационных технологий имени Мухаммада-ал-Хоразми,  
100202, Узбекистан, Ташкент, ул. Амира Темура, 108.

В статье рассматривается многомерная математическая модель, численный алгоритм и программное средство для визуализации процесса теплового переноса, учитывающий такие факторы, как собственное тепловыделение натурального продукта, влияние изменений температуры и влаги окружающей среды, при хранении и сушке пористых материалов. Разработанная модель и численный алгоритм для программного средства позволяют прогнозировать изменение температуры и влаги в произвольных точках пористой теле, а также служат для предотвращения потери качества и самовозгорания материалах, находящихся под солнечной радиацией. Представленная программа из двумерного массива разработает трёхмерных массив и создаст 3D графику. На основе метода покоординатного расщепления представлен численный алгоритм расчета трехмерных задач теплопереноса и для визуализации на 2D и 3D создано программное средство. Над разработанным объектом можно предвести эксперименты.

**Ключевые слова:** математическая модель, теплоперенос, пористая среда, 2D графика, 3D графика.

**Цитирование:** Равшанов Н., Шадманов И.У., Мирзаева Н.М. Моделирование и визуализация теплового переноса в пористых средах // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2022. – № 2(39). – С. 72-87.

### 1 Введение

На сегодняшний день особое внимание уделяется разработке программного обеспечения которые облегчает демонстрацию сложных процессов моделирование теплопереноса и массопереноса. Проектирования и визуализация объектов занимает прекрасное место во всех областях. Математический модель дается со своими характеристиками и со своими свойствами отличающих его от других объектов. Достоинства визуализации объекта в том, что возможность любых экспериментов, в том числе с запредельными значениями параметров. Модель позволяет менять масштаб времени и доступна в любое время.

В статье [1] представлена математическая модель диффузионно-фильтрационного теплового переноса применительно к процессу конвективной сушки материалов для трех геометрий (неограниченная пластина, бесконечный цилиндр и шар) с граничными условиями третьего рода. Решение модели получено с использованием синтеза интегральных преобразований Лапласа, Фурье, Ханкеля и Лежандра. Представленный метод даёт возможность рассчитывать кинетику потенциалов переноса при проведении тепломассообменных процессов для капиллярно-пористых сред. Конечные

результаты, предоставленные сходящимися рядами, рациональные для практических расчетов. В суммах из-за быстрой сходимости можно ограничиться 8–10 членами. Рекомендованный метод позволяет избежать употребления не вполне обоснованных численных технологий в смысле аппроксимации, устойчивости и сходимости. Принимать к сведению влияние широкого спектра физико-химических факторов (переходных процессов и краевых эффектов) на конвективную сушку железорудного сырья (железорудных окатышей и горячебрикетированного железа), можно представить методику расчета основных параметров сушки с целью оптимизации технологического процесса.

В статье [2] рассматривается численное моделирование задач двухфазной фильтрации в трещиновато-пористых средах с использованием модели двойной пористости с сильно неоднородным коэффициентом проницаемости. Приводится система уравнений для случая двухфазной фильтрации без учета капиллярных и гравитационных сил, которая предоставляет собой связанную систему уравнений для давления и насыщенности в пористой среде имеющей систему трещин. Анализируются различные способы задания функций перетока между пористой средой и трещинами. Численная реализация для аппроксимации скорости и давления строится на базе метода конечных элементов. Результаты численных расчетов для модельной задачи с применением различных функций перетока. На численного решения была сформирована конечно-элементная аппроксимация по пространству с использованием элементов Тома – Равиара для переменных скоростей и давлений, и классического метода Галеркина со стабилизацией для насыщенностей.

В статье [3] проводится исследования прогнозирования эффективной теплопроводности переменного насыщенности пористых материалов на основе модели Максвелла-Юкена (МЕ), которая является одной из структурных моделей. Новая рекомендованная модель представляет собой линейную комбинацию трех моделей МЕ, содержащих матрицу, воду и воздух в качестве непрерывной фазы. Для образцов с известной структурой пор использование мозаики теплопередачи и экспериментальных результатов по теплопроводности. В результате оценки детерминанты представленной модели модель надежность прогнозирования была проанализирована как очень высокая.

В данной [4] работе рассматривается физическая и расчетная модель процесса сушки, основанную на явлениях переноса тепла и влаги в пористых средах. Модель составлена из закона теплопроводности Фурье и закона массопереноса Фика и основана на работах Луйкова (1975) и Сохансанджа и Брюса (1987), последние связывают перенос тепла и массы с помощью граничного условия на поверхность зерна. Численные решения расчетной модели были сравнены с экспериментальными и численными данными, имеющимися в научной литературе, и подтвердили, что результаты значений массы и температуры, полученные методом конечных объемов, приемлемы для обеих разработанных моделей. В случае уравнений Сохансанджа и Брюса на численные результаты температуры в начальные моменты процесса сушки влияет моделирование испарения влаги на границе зерна.

В статье [5] проводится лабораторное исследование временной эволюции тепло-массопереноса в ненасыщенной пористой среде. Описанное численное исследование основано на лабораторной модели. Область (почва) подвергается воздействию однородной температуры, которая синусоидально меняется с течением времени на ее верхней поверхности, а также модулированному орошению, чтобы следить за перемещением жидкой воды, пара и растворенных веществ с течением времени. Конечные

результаты подтверждаются аналитическими решениями для упрощенных конфигураций. В ходе лабораторного исследования показало, что численное моделирование позволило изучить и оценить эволюцию переноса жидкой воды, энергии и растворенных веществ в ненасыщенной и однородной пористой среде.

Статья [6] основана на теоретической модели, учитывающей все фундаментальные явления, происходящие в изотропной и однородной пористой среде. В работе изучена связь между уравнениями переноса в пористой среде и в окружающем ее ламинарном пограничном слое. Сформулированы пространственно-временные распределения температур и концентраций воздуха в пограничном слое и межзерновом воздухе, в отношении влажностей и температур твердых тел в ложе. Представлено, что внутри пористого продукта повышение температуры способствует испарению воды, содержащейся в продукте. Влияние температуры гораздо важнее, чем влияние влажности воздуха на входе в слой, на распределение относительной влажности твердого вещества.

В статье [7] представлен метод конечно-элементной предварительной обработки случайного подразделения элементов и случайного указания свойств материала используется для численного моделирования эффективной теплопроводности влажных пористых пород и сравнения его с экспериментальными данными. Численная модель имеет форму цилиндра. На модель задаются различные температуры в качестве граничных условий на верхней и нижней поверхности. Цилиндрическая поверхность является адиабатической. Тепловой поток получается методом конечных элементов, затем рассчитывается эффективная теплопроводность породы путем объединения с градиентом температуры. Для определенной пористости и степени насыщения используется тщательно подготовленные метод Монте-Карло, чтобы удовлетворить требования случайных характеристик размера зерна, пространства пор и пространственного распределения. По сверке с экспериментальными данными настоящая модель может дать точные прогнозы эффективная теплопроводность влажной пористой породы. Итоги показывают, что этот численный метод может быть применен для прогноза эффективной теплопроводности различных пористых сред, а также быть распространены на более сложные непористые материалы.

В статье [8] рассмотрено изучение характеристик сушки насыщенных замороженных пористых сред во время атмосферной сублимационной сушки, которая основана на охлаждении вихревой трубы. Экспериментальное исследование для анализа тепло- и массопереноса при сушке яблок было проведено численно. В числовой части, с помощью программного обеспечения ANSYS ICEM CFD была построена двумерная геометрическая модель условий атмосферной сублимационной сушки, и модель была разделена на сетки для расчетной области, что может сделать результаты численного моделирования более ясными. Замороженного материала получили с путем итеративного решения, в котором были приняты методы модели пористого скачка и метода конечных объемов (FVM), при различных условиях входной скорости и температуры излучения. Наиболее благоприятный сочетание параметров получили путем анализа изменение массы и теплоотдачи образца при сушке в различных условиях. В экспериментальной части к процессу сушки применялись ломтики яблока. При выполнении режима сушки при скорости ветра на входе 2,5 м/с и нерациональной температуре 283,15 К, экспериментальные значения подгоняются под расчетные значения. Проведен взаимосвязанный анализ между экспериментальными и смоделированное значение отношения влажности материала и внутренней температуры с

помощью программного обеспечения. В ходе исследования проанализировано изменение внутренней миграции сухой зоны при разном времени сушки и модели.

В статье [9] представлена двумерная модель для изучения переноса тепла и влаги через пористые строительные материалы. Предложены динамические и статические совместные модели переноса тепла и влаги в пористом материале при низкой температуре, и совмещенные модели вместе с переменными начальными и граничными условиями проверены аналитически и с использованием метода конечных элементов. Представлена неявная схема глобального разрешения, а также схема локального интегрирования для вычисления значений температуры и содержания влаги в каждой точке интегрирования каждого элемента. Численные результаты изменения температуры и влагопотенциала сравниваются с имеющимися в литературе экспериментальными измерениями.

В статье [10] предложена новая стохастическая модель, учитывающая колебания на границе и их распространение при моделировании переноса тепла и влаги в сборке одежды. Случайность по мнению белого гауссова шума является входом для температуры окружающей среды. Потом анализируется существование и единственность решения полученной системы стохастических дифференциальных уравнений. Оперативный в вычислительном отношении метод конечных разностей неявного расщепления используется при численной проверке задачи. Численные итоги показывают, что флуктуации распространяются на все другие зависимые параметры, поточнее на концентрацию пара, концентрацию воздуха и общую концентрацию. К тому же, дается представление об изоляционных свойствах ткани. Изменение толщины ткани влияет на адиабатические свойства пористой среды и с этим влияет и на тепловлагоперенос среды.

В статье [11] предьявлено моделирование динамики парогазовой смеси и тепломассопереноса (сорбция-десорбция) в капиллярной структуре пористой среды. В работе пористая структура представлена системой линейных микроканалов, ориентированных по осям трехмерной системы координат. Эквивалентный диаметр этих каналов соответствует среднему диаметру пор, а отношение общего объема пор к объему всего пористого материала соответствует его пористости. Вся площадь канала моделируется набором кубических элементов с определенной влажностью, влагосодержанием, давлением и температурой. Моделирование проводится с учетом разницы температур каждой из фаз: твердой, жидкой и газообразной. Предложенная модель состоит из определенного количества параметров, теплофизических свойств и характеристик пористого материала. Расчетная модель также описывает зависимость равновесной влажности материала от относительной влажности воздуха (сорбционная кривая). Для получения точных результатов о температурно-влажностном состоянии пористого материала на основе предложенной расчетной модели необходимы надежные данные о заданных характеристиках материалов. Эти характеристики для конкретных материалов должны быть получены в результате комплексных экспериментальных исследований на специальных лабораторных установках, что является исследовательской задачей, требующей решения. Для приобретения необходимых теплофизических характеристик исследуемого материала из экспериментальных данных можно использовать предложенную модель переноса для решения обратных задач тепломассопереноса.

В статье [12] приведены сведения из литературных источников по моделированию и управлению процессом конвективно-тепловой сушки пористых тел. Основное внимание предоставляется пояснению экспериментальных, приближенных аналитиче-

ских и числовых методов исследований. Объяснены модели процесса сушки влажных материалов при одно- и многоконтинуумных подходах. Рассмотрены известные модели и произведены выводы о построении математической модели, адаптированной для оптимизации процесса конвективно-тепловой сушки пористых тел при нестационарном режиме сушильного агента. При формулировании математической модели процесса конвективно-тепловой сушки пористых материалов нужно установить тип пористого тела, подвид сушки, взаимодействие тела с агентом сушки, взаимосвязь процессов изменения влаги и тепла в теле. Следует учесть формы связи влаги с материалом в зависимости от величины пор и функции распределения пор по радиусам и термочувствительность тела.

В статье [13] предложена методология вывода уравнений для математического описания взаимосвязанных процессов в гетерогенных пористых средах. Для примера исследованы взаимосвязанные процессы фильтрации, теплосолепереноса, химической и механической суфозии. Суть методологии в том, что записи уравнений неразрывности для фаз пористой среды через полные производные во времени. Составлена соответствующая математическая модель. Уравнение фильтрации по отношению к функции напоров является нелинейным и квазистационарным, в котором присутствуют производные по времени от функций техногенных воздействий. Коэффициент фильтрации зависит от физико-химических и физико-механических характеристик пористой среды, в том числе опосредованно (через коэффициент пористости) и от самих напоров.

В работе [14] проведено математическое моделирование первого этапа осушки пористого тела, связанного с формированием двухфазной зоны, обусловленной дисперсией поперечных размеров пор, и количественное исследование зависимости ширины двухфазной зоны от поперечных размеров пор и их дисперсии, коэффициента проницаемости, толщины пограничного слоя в окружающей газовой среде. Даны значения параметров, при которых нужно учитывать дисперсию размеров пор на процесс осушки. Конечные результаты являются основами для моделирования количественного анализа и оптимизации режимов сушки.

Обнаружение упорядоченных мезопористых материалов открыло большие возможности для новых применений в гетерогенном катализе. В статье [15] сформулирована физическая задача очистки почвы в соответствии с требованиями агропромышленного комплекса и оформлен критический анализ ряда научных работ. Решена нелинейная математическая модель вертикальной миграции загрязняющих веществ в ненасыщенных каталитических пористых средах к фильтру-ловушке в изотермических условиях. Каталитические пористые среды предьявлены коллоидными нанoadсорбентами (например, сапропелем). Математическая модель принимала микро- и мезо/макромасштабные факторы процессов тепломассо- и влагопереноса. Представлены численное и аналитическое решения сложной краевой задачи. Подготовлены необходимые классы для программного комплекса NanoSurface и выполнены численные эксперименты с их анализом.

В статье [16] представляется небольшой анализ современного состояния связанного переноса в пористых средах. Он включает в себя всестороннюю макроскопическую формулировку, определение эффективных свойств с помощью методов масштабирования (последовательная связь между шкалами) и многомасштабное моделирование (одновременная связь между шкалами).

В статье [17] скептически рассмотрены модели многофазных пористых сред для сушки, жарки, варки, нагревания, выпекания и обжаривания пищевых продуктов.

Проанализированы входные параметры модели и соотношения для установления необходимых характеристики материала. Гипотезы, употребленные в других исследованиях для разработки многофазных моделей, представлены упорядоченно. Проведено суммирование преимуществ и недостатки существующих многофазных моделей. Предложена обобщенная методика построения многофазной модели, включающая уравнение сохранения массы и уравнение энергии. Рассмотрена тщательное сравнительное анализ различных выходных параметров, например содержание влаги, температура и распределение давления, скорость испарения воды, диффузионный поток и конвективный поток.

В статье [18] познакомлен с обобщением возможных формулировок уравнения баланса влаги, обнаруженных в связанных моделях переноса тепла и влаги. Данный инструменты рассчитаны для изучения пористых строительных материалов и может охватывать множество явлений, как с акцентом на гигроскопическую область, так и на капиллярное поведение. В результате они различаются выбором главной зависимой переменной и уровнями упрощения, лежащими в их основе. Данной работе представлено исчерпывающий список возможных окончательных математических формулировок. Дано обзор функцию накопления влаги и рекомендовано общая классификация модель.

В данной работе [19] исследованы классические явления тепломассопереноса при обработке продуктов при проверенном способе сушки (продукты укладываются толстыми слоями в сушилки, работающие в режиме принудительной конвекции). Осушители моделируются как пористая среда на макроскопическом уровне. Моделирование осуществляется с употреблением уравнений массы, импульса (записанных в рамках приближения закона Дарси) и энергии, используемых для разных компонентов. Диффузионная модель, заложенная на законе Фика, также применяется для учета кинетики сушки. Такое решения позволяет наблюдать изменения влажности и температуры (среды и нагретого воздуха) во времени и пространстве. Прослеживается неоднородное высыхание разных слоев. Доказано, что на процесс сильно влияют внешние условия (а именно, температура нагретого воздуха). Показатели говорят, что происходит негомогенная сушка различных слоев сушилки. При рассматриваемых условиях через 10 часов высыхают только первые слои. Значительная часть полученной энергии потребляется этими слоями, как для испарения воды из продукта, так и для повышения температуры продукта. Для прояснения влияния внешних условия выполнено параметрическое исследование. Доказано, что повышение температуры нагретого воздуха приводит к увеличению количества испаряемого с возможностью насыщения последними слоями воздуха в начале процесса, и также обнаружено, что расход нагретого воздуха менее значителен, чем температура воздуха. Все же увеличение расхода увеличивает тепло- и массообмен, а значит, влажность воздуха и температуру среды. Влажностью нагретого воздуха при сушке тонких слоев, чаще всего, пренебрегают. Однако, это оказывает большое влияние на сушку в глубоком слое.

В статье [20] выполнено вклад на моделирование течения жидкости в пористой среде с двойной пористостью/проницаемостью. Термодинамическая база для моделей, изучающих потоки пористых сред, демонстрирующих двойную пористость/проницаемость, дана с использованием гипотезы максимизации скорости диссипации. Полученное модель идеально допускает дальнейшее обобщение существующих моделей. Массоперенос при помощи сети макропор и микропор был получен систематическим образом, рассматривая его как внутреннюю переменную и

максимизируя заданный (физический) функционал диссипации. Разные математические свойства, которым устраивают решения в рамках модели двойной пористости/проницаемости, представлены вместе с их доказательствами. Принцип максимума установлено для модели двойной пористости/проницаемости. Рассмотрены основные отличия между принципами максимума уравнений Дарси и моделью двойной пористости/проницаемости. Продемонстрировано процедура аналитического решения, основанная на методе функций Грина, для общей краевой задачи в двойной модели пористости/проницаемости. По конечным итогам с помощью аналитических решений некоторых канонических задач были выделены характерные свойства давлений и скоростей в сетях макро и микропор в рамках модели двойной пористости/проницаемости.

Исходя из выше перевиденных статьи видно, что разработка программного средства для визуализации результатов математического моделирования и численного алгоритма вычисления очень актуальная задача в данное время.

## 2 Постановка задачи

Учитывая основных показателей процесса сушки и хранения неоднородных пористых телах, математической модели тепло-влажнопереноса предложено следующая система дифференциальных уравнений [21]:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left( a_t \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( a_t \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( a_v \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( a_v \frac{\partial u}{\partial y} \right) + f \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left( a_v \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( a_v \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( a_t \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( a_t \frac{\partial T}{\partial y} \right) + q \quad (2)$$

с начальными

$$T(x, y, 0) = T_0(x, y); \quad u(x, y, 0) = u_0(x, y); \quad (3)$$

и граничными условия

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = -\beta_1 (T_{oc} - T(0, y, \tau)) - \eta\rho\gamma R(\tau); \quad (4)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L_x} = -\beta_1 (T_{oc} - T(L_x, y, \tau)) - \eta\rho\gamma R(\tau); \quad (5)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = -\beta_1 (T_{oc} - T(x, 0, \tau)) - \eta\rho\gamma R(\tau); \quad (6)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=L_y} = -\beta_1 (T_{oc} - T(x, L_y, \tau)) - \eta\rho\gamma R(\tau); \quad (7)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = -\beta_2 (u_{oc} - u(0, y, \tau)); \quad (8)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=L_x} = -\beta_2 (u_{oc} - u(L_x, y, \tau)); \quad (9)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} = -\beta_2 (u_{oc} - u(x, 0, \tau)); \quad (10)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=L_y} = -\beta_2 (u_{oc} - u(x, L_y, \tau)). \quad (11)$$

Здесь  $T$  и  $u$  – изменение температуры и влаги пористого тела;  $a_t(x, y)$  - коэффициент теплопроводности;  $a_v(x, y)$  - коэффициент влагопроводности;  $\delta$ - коэффициент термодиффузии;  $r_{12}$ -удельная теплота;  $\rho$  - плотность тела ( $/^3$ ); удельных теплоемкости  $c_1$  и влагоемкости ( $/(\cdot)$ );  $f(x, y, \tau) = b \cdot e^{-\alpha\tau}$  - интенсивность внутреннего тепловыделения массы ( $K c^{-1}$ );  $b = \frac{u}{c_1}$  - коэффициент тепловыделения, который зависит от влажность пористых тел, значить  $b = f(u(x, y, \tau))$ ;  $\alpha$  - эмпирический параметр;  $q(x, y, \tau) = \rho m_0 e^{-\xi\tau}$  - интенсивность внутренних источников влаги; при постоянных значениях плотности материала  $\rho$  ( $/^3$ );  $\xi$  - коэффициент сушки ( $1/$ );  $m_0$  - максимальная интенсивность испарения( $/^2$ ).

Надо отметить, что интенсивность испарения вычисляется с помощью  $m = m_0 e^{\xi\tau}$ . Если положить  $\xi = 0$  то  $m = m_0 = const$ , получим постоянную интенсивность испарения, соответствующую первому периоду сушки;  $\beta_1$  - коэффициент теплоотдачи между массой и окружающим его воздухом;  $T_{oc}$  - температура окружающей среды;  $\eta$ - коэффициенты для проведения граничного условия к размерному виду;  $\gamma$ - коэффициент поглощения солнечных лучей материалом;  $R(\tau)$  - инсоляция поток солнечной радиации на поверхности хранимого материала;  $\beta_2$  - коэффициент влагоотдачи между массой и окружающим его воздухом;  $u_{oc}$  - влажность окружающей среды. Внешняя форма пористого тела взято как прямоугольный параллелепипед. Параллелепипед расположен в первом октанте декартовой системы координат, и размеры его по координатам составляют  $L_x, L_y, L_z$ .

### 3 Метод решения

Из постановки задачи видно, что получить аналитическое решение затруднительно. Метод решения задачи (1)-(11) приведено в работах [22, 23]. При численном решении задачи использовано конечно-разностный метод второго порядка точности по пространственных переменных.

### 4 Вычислительный эксперимент

Созданная программа не только визуализирует объект, но и из двумерного массива сделает трёхмерный массив и потом создает модель на 3D. В программу добавляются массивы, которые даны из расчетов сложных математических задач по теплообмену в любых средах нужно только их массивы для создания модели. Вот несколько визуализации двумерного массивов.

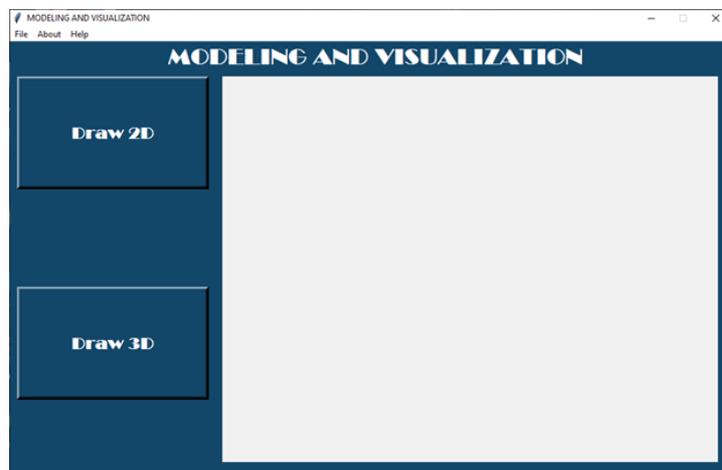


Рис. 1 Главное окно программы

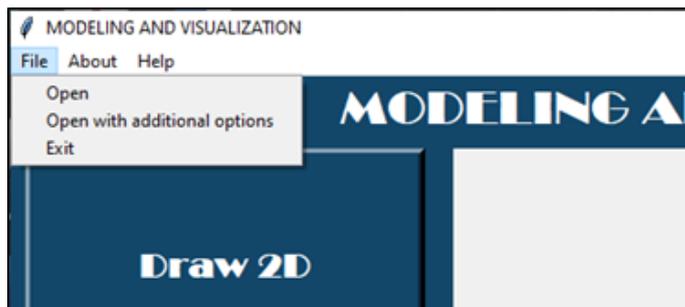


Рис. 2 Здесь приведены параметры открытия Microsoft Excel файла и выход из программы.



Рис. 3 Здесь приведены данные про автора, про проекта и база для открытия массива.



Рис. 4 Здесь приведены помощь для новичков.

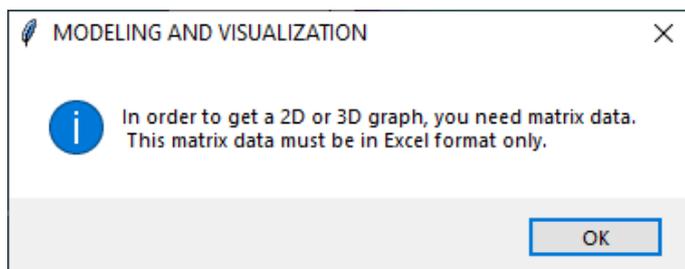


Рис. 5 При нажатия кнопки help видеть это окно где можно узнать как пользоваться с программой

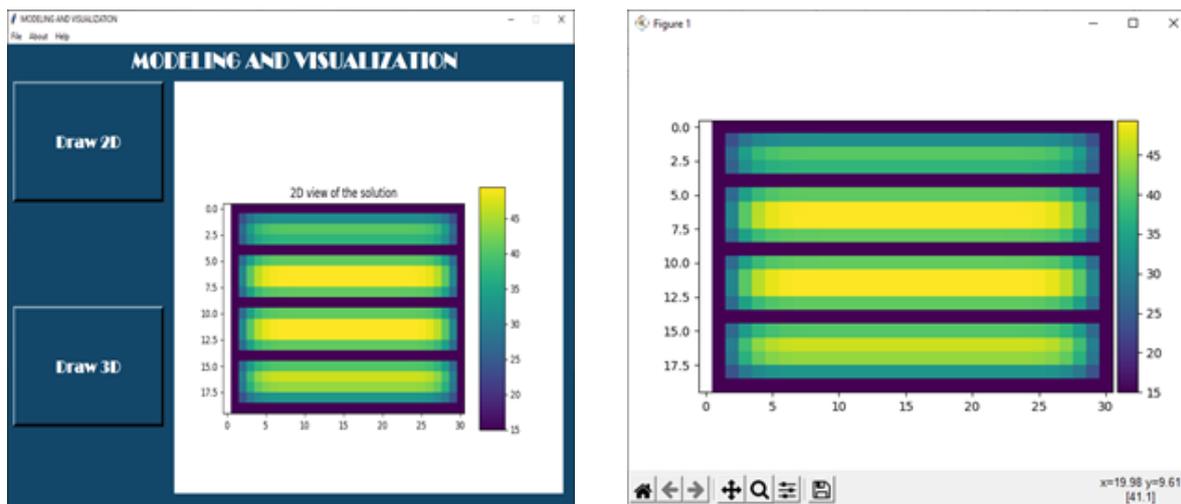


Рис. 6 Визуализация двумерного массива в программе на 2D (хлопковые бунт с тремя отверстиями)

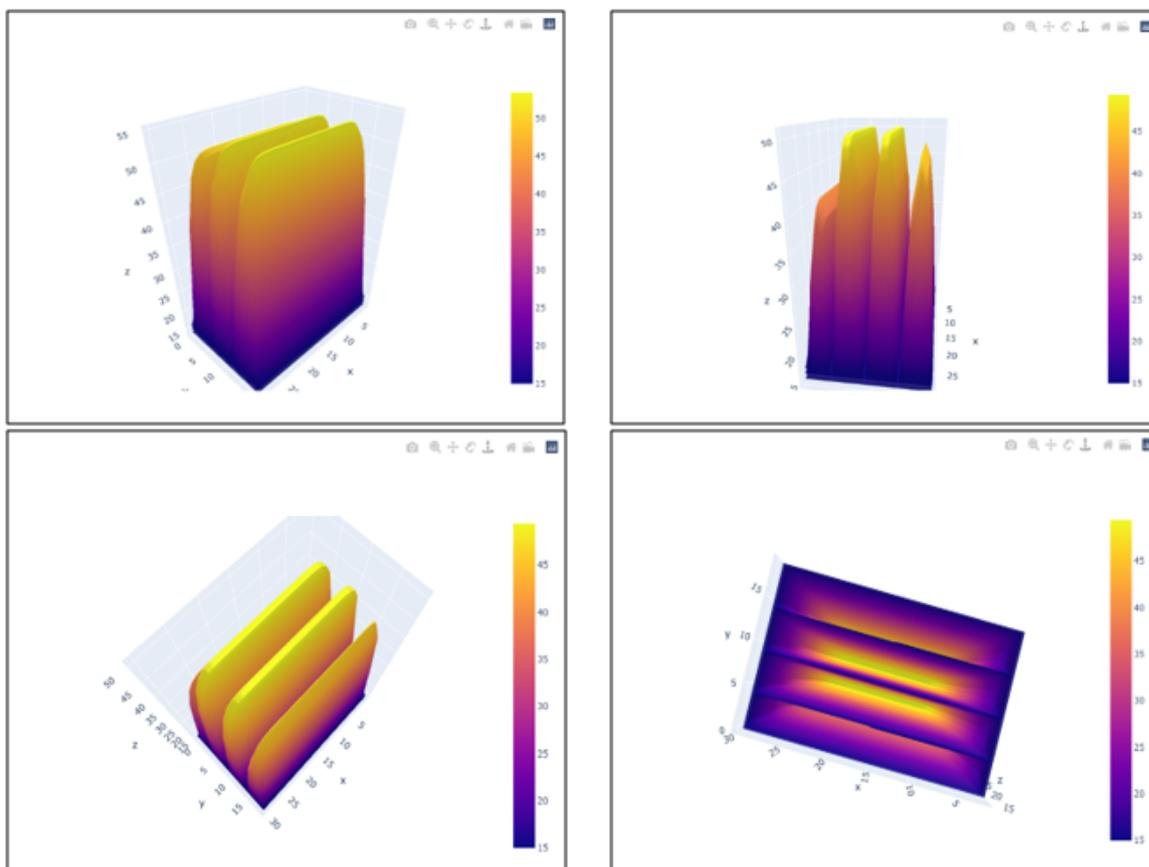


Рис. 7 Визуализация двумерного массива на 3D (хлопковые бунт с тремя отверстиями)

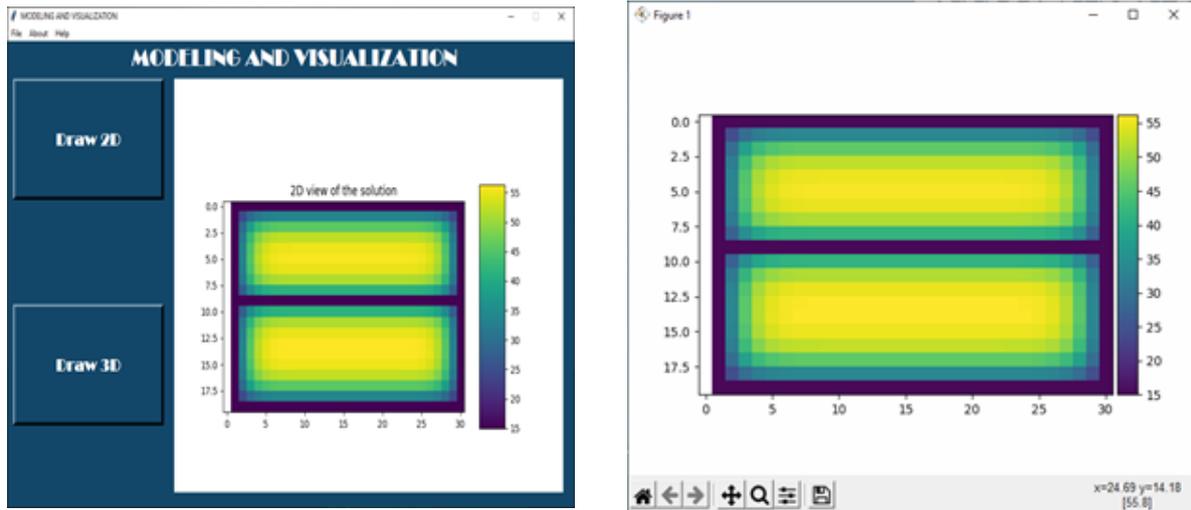


Рис. 8 Визуализация двумерного массива в программе на 2D (хлопковые бунт с одним отверстием)

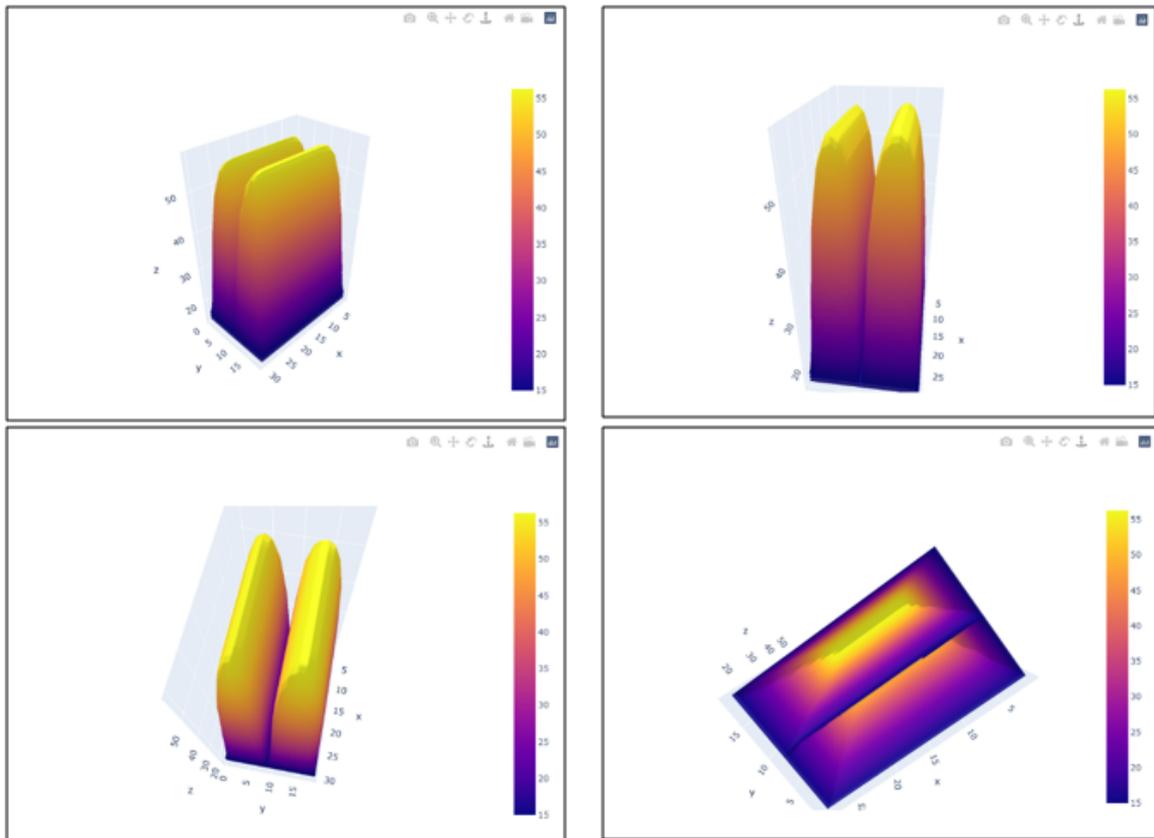


Рис. 9 Визуализация двумерного массива на 3D (хлопковые бунт с одним отверстием)

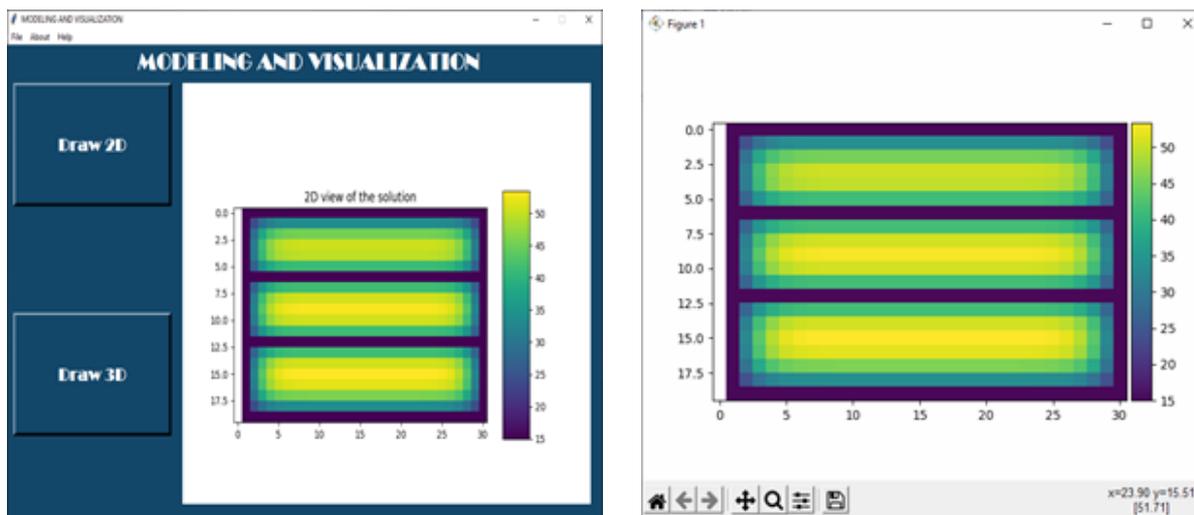


Рис. 10 Визуализация двумерного массива в программе на 2D (хлопковые бунт с двумя отверстиями)

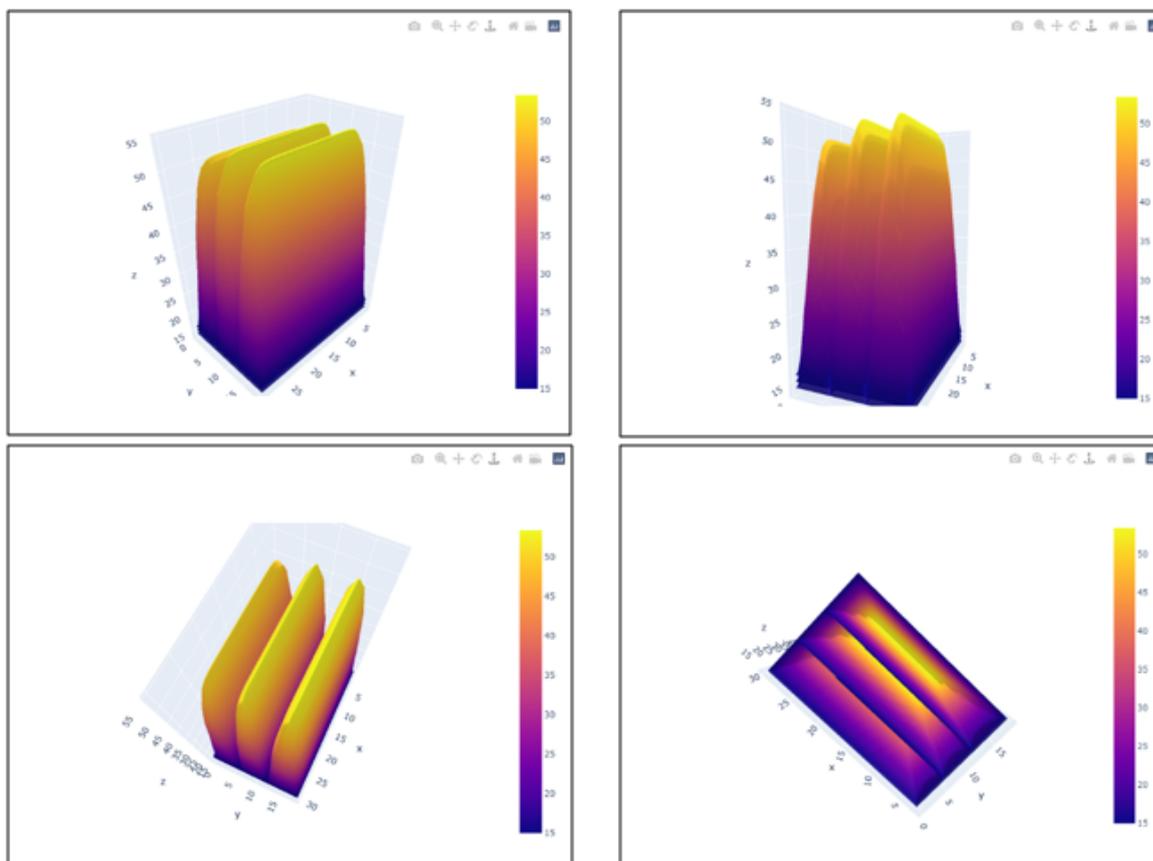


Рис. 11 Визуализация двумерного массива на 3D (хлопковые бунт с двумя отверстиями)

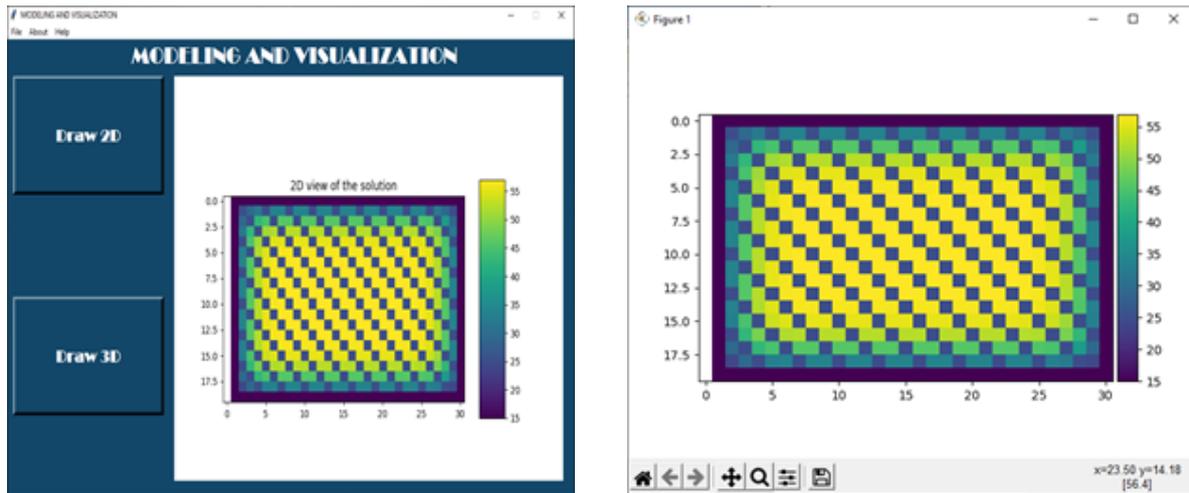


Рис. 12 Визуализация двумерного массива в программе на 2D

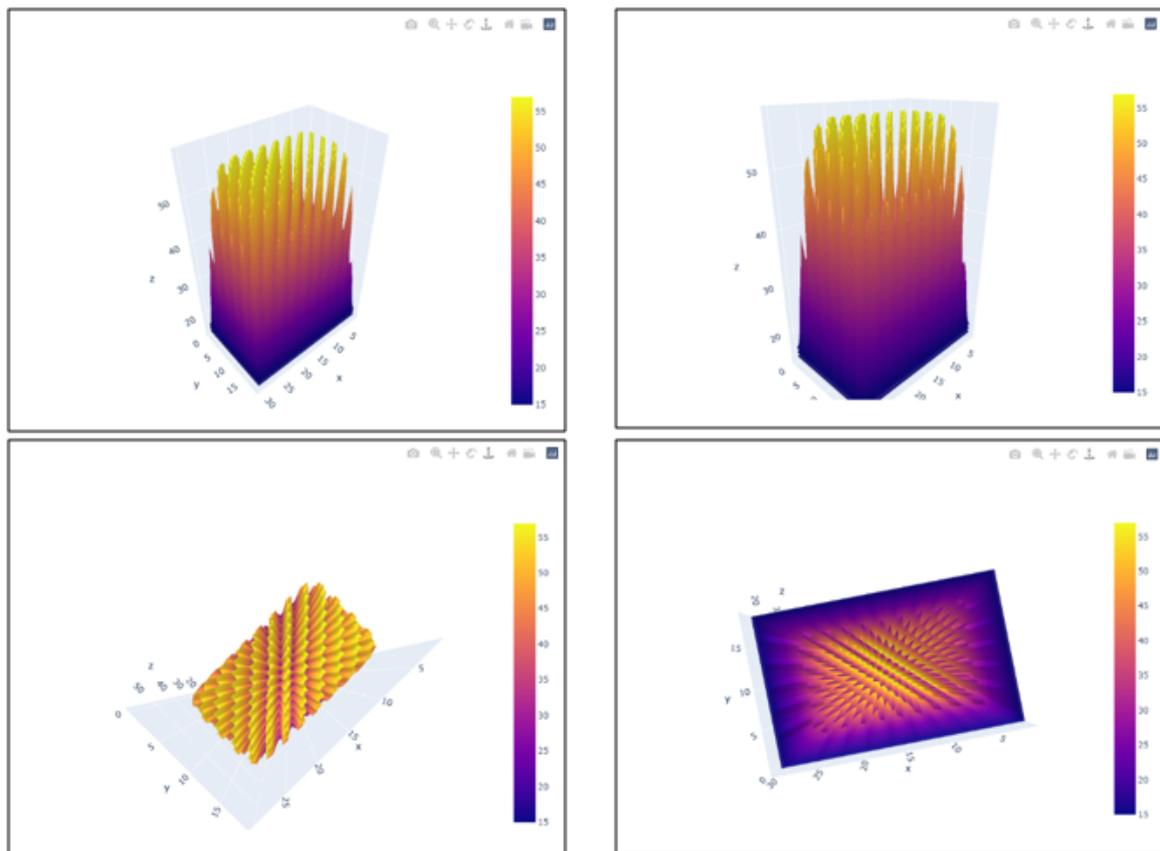


Рис. 13 Визуализация двумерного массива на 3D

## 5 Выводы

В данной работе приведен вычислительный эксперимент на основе разработанной математической модели, численного алгоритма и программного средства для визуализации результатов расчетов многомерного теплового переноса с учетом таких факторов, как собственное тепловыделение натурального продукта, влияние из-

менений температуры и влаги окружающей среды при хранении и сушке пористых материалов.

Разработанная модель, численный алгоритм и программное средство позволяют прогнозировать изменение температуры и влаги в произвольных точках пористого тела, а также служат для предотвращения потери качества и самовозгорания материалов, находящихся под солнечной радиацией.

Представленное программное средство по результатам вычислений формирует 2D и 3D графику, позволяющих четко видеть картину всего объекта.

## Литература

- [1] *Чуев К.А.* Математическое моделирование тепломассообмена при конвективной сушке железорудного сырья // *Izvestiya Vuzov. Severo-kavkazskii region. Natural science.* – 2019. – P. 44-45. – doi: <http://dx.doi.org/10.23683/0321-3005-2019-1-41-45>.
- [2] *Васильев В.И., Васильева М.В., Григорьев А.В., Прокопьев Г.А.* Математическое моделирование задачи двухфазной фильтрации в неоднородных трещиновато-пористых средах с использованием модели двойной пористости и метода конечных элементов // *Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки.* – 2018. – № 1. – С. 160-162.
- [3] *Cha J., Koo M., Keehm Y.* A New Structural Model for Predicting Effective Thermal Conductivity of Variably Saturated Porous Materials // *Korean Earth Science Society.* – 2011. – Vol. 32, Issue 6. – P. 629-639.
- [4] *Chine-Polito B.* Modeling of the drying process agro industrial products // *Tecnologia en Marcha.* – 2016. – Vol. 29, No. 1. – P. 62-73.
- [5] *Adala M., Bennacer R., Sammouda H., Guizani A.* Modélisation des transferts thermique et massique dans un milieu poreux non saturé // *Application au dessalement des sols.* – 2009. – P. 20-23.
- [6] *Kouhila M., Belghit A., Bennis A.* Modélisation Numérique des Transferts Thermiques et Massiques lors du Séchage Convectif du Liège // *Rev. Energ. Ren.* – 2000. – Vol. 3. – P. 105-115.
- [7] *Liu S., Li Y., Tian H.* Numerical simulation on thermal conductivity of wet porous rock // *Chinese J. Geophys.* – 2012. – No. 55(12). – P. 4239-4248.
- [8] *Guangyue R., Wei Z., Ledao Z., Xu D.* Numerical Simulation of Mass and Heat Transfer of Porous Media during Atmospheric Freeze Drying // *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery.* – 2016. – Vol. 47, No. 3 – P. 214-220.
- [9] *Thi V.D., Li M., Khelifa M., El Ganaoui M., Rogaume Y.* Finite Element Modeling of Heat and Moisture Transfer in Porous Material // *International Journal of Materials and Metallurgical Engineering.* – 2017. – Vol. 11, No. 4. – P. 345-351.
- [10] *Poorun Y., Dauhoo M.Z.* Mathematical modeling of the heat and moisture transfer in a porous medium with stochastic external temperature // *Special Topics And Reviews in Porous Media: An International Journal.* – 2020. – P. 409-434. – doi: <http://dx.doi.org/10.1615/SpecialTopicsRevPorousMedia.2020030573>.
- [11] *Basok B., Davydenko B., Pavlenko A.M.* Numerical Network Modeling of Heat and Moisture Transfer through Capillary-Porous Building Materials // *Materials.* – 2021. – Vol. 14, No. 8. – P. 18-19.
- [12] *Гайвась Б.* Математичне моделювання конвективного сушіння матеріалів з урахуванням механотермодифузійних процесів // *України. Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології.* – 2010. – Vol. 12. – P. 9-37.

- [13] Герус В.А., Кутя Т.В., Мартинюк П.М. Узагальнення рівнянь фільтрації та тепломасоперенесення на випадок суфозійних процесів // Технічні науки. України. – 2016. – Vol. 14. – P. 35-42.
- [14] Бурак Я., Гайвась Б., Кондрат В. Влияние дисперсии размеров пор на начальном этапе процесса сушки пористых тел // Физико-математическое моделирование и информационные технологии. – 2005. – С. 7-17.
- [15] Perre P. Coupled heat and mass transfer in porous media: insight and perspective of multiscale modelling // Journées Internationales de Thermique. – 2017. – P. 20-36.
- [16] Равшанов Н., Шадманов И.У. Моделирование и исследование процессов тепло-влажностного переноса в пористых средах // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2021. – № 1(31). – С. 76–90.
- [17] Hossen Kh., Mohammad J., Chandan K., Azharul K. Multiphase porous media modelling: A novel approach to predicting food processing performance // Critical Reviews in Food Science and Nutrition, 153(3), – 2017. – P. 319-327.
- [18] Dubois S., Evrard A., Lebeau F. Non-isothermal moisture balance equation in porous media: a review of mathematical formulations in Building Physics // BASE. – 2014. – Vol. 18. – P. 383-396.
- [19] Bennamoun L., Belhamri A. Study of heat and mass transfer in porous media: Application to packed-bed drying // Fluid Dynamics and Materials Processing. – 2008. – P. 221-230. – doi: <http://dx.doi.org/10.3970/fdmp.2008.004.221>.
- [20] Nakshatrala K.B., Joodat S.H.S., Ballarini R. Modeling flow in porous media with double porosity/permeability: Mathematical model, properties, and analytical solutions // Applied Mechanics. – 2018. – P. 1-37. – doi: <http://dx.doi.org/10.1115/1.4040116>.
- [21] Ravshanov N., Shadmanov I.U. Multidimensional model of heat-moisture transport in porous media // Journal of Physics: Conference Series. – 2020. – Vol. 1546. – P. 1-11.
- [22] Ravshanov N., Shadmanov I.U., Kubyashev K., Khikmatullaev S. Mathematical modeling and research of heat and moisture transfer processes in porous media // E3S Web Conf. – 2021. – Vol. 264. – Art No. 01038. – P. 1-19.
- [23] Равшанов Н., Шадманов И. У. Математическая модель и эффективный численный алгоритм для исследования процессов тепло-влажностного переноса в неоднородных пористых средах // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2021. – № 6/1(37). – С. 75-89.

Поступила в редакцию 14.04.2022

UDC 519.6

## MODELING AND VISUALIZATION OF HEAT AND MOISTURE TRANSFER IN POROUS MEDIA

<sup>1</sup>Ravshanov N., <sup>2\*</sup>Shadmanov I.U., <sup>3</sup>Mirzaeva N.M.

\*i.shadmanov@mathinst.uz

<sup>1</sup>Research Institute for the Development of Digital Technologies and Artificial Intelligence, 17A, Buz-2, Mirzo-Ulugbek dist., Tashkent, 100124 Uzbekistan;

<sup>2</sup>Bukhara branch of the V.I.Romanovsky Institute of Mathematics UzAS, 11, Muhammad Ikbol Str., Bukhara, 200114 Uzbekistan;

<sup>3</sup>Tashkent University of Information Technologies, 108, Amir Temur str., Tashkent, 100200 Uzbekistan.

The article considers a multidimensional mathematical model, a numerical algorithm and a software tool for visualizing the process of heat and moisture transfer, taking into account such factors as the natural product's own heat release, the effect of changes in temperature and environmental moisture during storage and drying of porous materials. The developed model and numerical algorithm for the software tool make it possible to predict the change in temperature and moisture at arbitrary points in a porous body, and also serve to prevent loss of quality and spontaneous combustion of materials under solar radiation. The presented program from a two-dimensional array will develop a three-dimensional array and create 3D graphics. Based on the method of coordinate splitting, a numerical algorithm for calculating three-dimensional heat transfer problems is presented, and a software tool has been created for visualization in 2D and 3D. Experiments can be carried out on the developed object.

**Keywords:** mathematical model, heat transfer, porous medium, 2D graphics, 3D graphics.

**Citation:** Ravshanov N., Shadmanov I.U., Mirzaeva N.M. 2022. Modeling and visualization of heat and moisture transfer in porous media. *Problems of Computational and Applied Mathematics*. 2(39): 72-87.