5-SHO‘BA

TEXNOLOGIYALAR VA BARQAROR RIVOJLANISH

РАЗРАБОТКА ЧИСЛЕННЫХ МОДЕЛЕЙ РАСЧЕТА ПОДЗЕМНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ С УЧЕТОМ ВЯЗКОУПРУГОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

д.т.н.,проф. Абдусаттаров Абдусамат, с.п.Рузиева Нодира Баходировна

Ташкентский государственный транспортный университет, Республика Узбекистан, nodi2005@rambler.ru

Аннотация: В статье приводится расчетная схема интегродифференциальных уравнений, описывающей колебания подземных трубопроводов взаимодействующих с вязкоупругим грунтом при пространственном нагружении.

Ключевые слова: интегро - дифференциальные уравнения, взаимодействия с грунтом, уравнение равновесия, подземные трубопроводы.

В статье будем использовать один из вариантов нелинейно - вязкоупругих соотношений, учитывающий влияние поврежденности материала [1]. При вязкоупругом взаимодействии трубы с окружающим грунтом, согласно принципа Вольтера для сил взаимодействия имеем [2]:

$$P^b(x,t)=D_A^*(Y-Y_0)=D_A\left[(Y-Y_0)-\int_0^t R(t'-\tau')[Y(x,\eta)-Y_0(x,\eta)]d\tau\right], \qquad (1)$$

Для этого случая получена следующая система интегро – дифференциальных уравнений:

$$-A\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2}+B\frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}+C\frac{\partial Y}{\partial x}+D_nY+D_A\left(Y-Y_0\right)-D_A\int_0^t R\left(t'-\tau'\right)\left[Y\left(x,\eta\right)-Y_0\left(x,\eta\right)\right]d\tau+F=0,$$

$$\left[-\bar{B}\frac{\partial Y}{\partial x}+\bar{C}_\Pi Y+\bar{C}_A\left(Y-Y_0\right)-\bar{C}_A\int_0^t R\left(t'-\tau'\right)\left[Y\left(x,\eta\right)-Y_0\left(x,\eta\right)\right]d\tau+P^{гр}\right]\delta Y\Big|_x=0,$$

$$A\frac{\partial Y}{\partial t}E\delta Y\Big|_t=0. \qquad (2)$$

где $R(t'-\tau')$ - слабосингулярное трехпараметрическое ядро типа [3], в частности:

$$R(t)=\bar{A}_b e^{-\bar{\beta}t}t^{\alpha-1};\quad 0<\alpha<1;\quad [\bar{\beta}]=c^{-1};\quad [\bar{A}_b]=c^{-\alpha}. \qquad (3)$$

Произведем замену переменных $t=\tau\bar{t}$ и подставив (3) в (1) получим

$$P^b(x,t)=D_A\left[(Y-Y_0)-\int_0^t A_b(t-\tau)^{\alpha-1}e^{-\bar{\beta}(t-\tau)}[Y(x,\eta)-Y_0(x,\eta)]d\tau\right], \qquad (4)$$

С целью устранения особенности произведен замена переменных для фиксированных $t_n=(n-1)\tau$ по методике [4].

В результате получена следующая система уравнений:

$$-A\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2}+B\frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}+C\frac{\partial Y}{\partial x}+D_nY+D_A\left[(Y-Y_0)-\frac{A_b}{\alpha}\sum_{k=1}^n B_k^b e^{-\beta t_k}\left[Y(x,t_n-t_k)-Y_0(x,t_n-t_k)\right]\right]+F=0; \qquad (5)$$

$$\left\{-\bar{B}\frac{\partial Y}{\partial x}+\bar{C}_{\Pi}Y+\bar{C}_A\left[(Y-Y_0)-\frac{A_b}{\alpha}\sum_{k=1}^n B_k^b e^{-\beta t_k}\left[Y(x,t_n-t_k)-Y_0(x,t_n-t_k)\right]\right]+P^{гр}\right\}\delta Y\Big|_x=0; \qquad (6)$$

$$A\frac{\partial Y}{\partial t}E\delta Y\Big|_t=0. \qquad (7)$$

Система уравнений (5) - (7) решается конечно разностным методом [5].

В случае учета накопления повреждений ядра $R[t,\tau,\eta(\xi)]$ разлагается в ряд и здесь ограничимся первым слагаемым

$$R=[t-\xi,\eta(\xi)]=R_0(t-\xi)+\eta(\xi)R_1(t-\xi). \qquad (8)$$

При построении решений системы дифференциальных уравнений (5) с граничными (6) и начальными (7) условиями используется центрально – разностная схема второго порядка точностью:

$$\frac{\partial Y}{\partial t}=\frac{1}{2\tau}(Y_{i,j+1}-Y_{i,j-1}),\quad \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2}=\frac{1}{\tau^2}(Y_{i,j+1}-2Y_{i,j}+Y_{i,j-1}),$$

$$\frac{\partial Y}{\partial x}=\frac{1}{2h}(Y_{i+1,j}-Y_{i-1,j}),\quad \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}=\frac{1}{h^2}(Y_{i+1,j}-2Y_{i,j}+Y_{i-1,j}), \qquad (9)$$

где $t=j\tau,\ \ x=ih.$

Используя (9), аппроксимируем системы уравнений (5) и (7):

$$Y_{i,j+1}=\tilde{A}Y_{i-1,j}+\tilde{B}Y_{i,j}+\tilde{C}Y_{i+1,j}+\tilde{F}_{i,j}-Y_{i,j-1}-\tilde{D}_A^B\sum_{i=1}^{j+1}B_{k-1}^b e^{-\beta\tau_{k-1}}Y_{i,j-1}; \qquad (10)$$

здесь

$$\tilde{A}=\tau^2A^{-1}\left(\frac{B}{h^2}-\frac{C}{2h}\right),\quad \tilde{B}=\tau^2A^{-1}\left(\frac{2A}{\tau^2}-\frac{2B}{h^2}+D_n\right), \tilde{C}=\tau^2A^{-1}\left(\frac{B}{h^2}+\frac{C}{2h}\right), \tilde{D}=\tau^2A^{-1}D_A\frac{AB}{\beta},$$

$$\tilde{F}_{i,j}=\tau^2A^{-1}\left[F_{i,j}-D_A\left(Y^0_{i,j}-\frac{A_B}{\alpha}\sum_{k=1}^{j+1}B^b_{k-1}e^{-\beta t_{k-1}}Y^0_{i,j+1-k}\right)\right].$$

граничные условия:

$$i=0;\quad \frac{\partial Y}{\partial x}=\frac{1}{2h}\left(-3Y_{0,j}+4Y_{1,j}-Y_{2,j}\right); \tag{11}$$

$$i=N;\quad \frac{\partial Y}{\partial x}=\frac{1}{2h}\left(3Y_{N,j}-4Y_{N-1,j}+Y_{N-2,j}\right). \tag{12}$$

С учетом (11) и (12) из (7) имеем

$$Y_{0,j}=\bar{D}^{-1}\left(\frac{2\bar{B}}{h}Y_{1,j}-\frac{\bar{B}}{2h}Y_{2,j}+\bar{C}_AY^0_{0,j}-P^{гр}_{0,j}\right);\quad \bar{D}=\frac{3\bar{B}}{2h}+\bar{C}; \tag{13}$$

$$Y_{N,j}=\tilde{D}^{-1}\left(-\frac{2\bar{B}}{h}Y_{N-1,j}+\frac{\bar{B}}{2h}Y_{N-2,j}+\bar{C}_AY^0_{N,j}-P^{гр}_{N,j}\right);\quad \tilde{D}=-\frac{3\bar{B}}{2h}+\bar{C}. \tag{14}$$

Из (10) при $i=1$ вытекает: $Y_{1,j+1}=\tilde{A}Y_{0,j}+\tilde{B}Y_{1,j}+\tilde{C}Y_{2,j}+\tilde{F}_{1,j}-Y_{1,j-1}$;

Приводя подобных членов с учетом (13) имеем

$$Y_{1,j+1}=\tilde{\tilde{B}}Y_{1,j}+\tilde{\tilde{C}}Y_{2,j}+\tilde{\tilde{F}}_{1,j}-Y_{1,j-1}; \tag{15}$$

здесь $\quad \tilde{\tilde{B}}=\tilde{A}\bar{D}^{-1}\frac{2\bar{B}}{h}+\tilde{B};\quad \tilde{\tilde{C}}=-\tilde{A}\bar{D}^{-1}\frac{2\bar{B}}{h}+\tilde{C};\quad \tilde{\tilde{F}}_{1,j}=-\tilde{A}\bar{D}^{-1}P^{гр}_{0,j}+\tilde{F}_{1,j}.$

Из (10) при $i=N-1$ вытекает: $Y_{N-1,j+1}=\tilde{A}Y_{N-2,j}+\tilde{B}Y_{N-1,j}+\tilde{C}Y_{N,j}+\tilde{F}_{N-1,j}-Y_{N-1,j-1}$; (16)

После проведения подобных преобразовании из (16) с учетом (14), имеем

$$Y_{N-1,j+1}=\tilde{\tilde{A}}Y_{N-2,j}+\tilde{\tilde{B}}_1Y_{N-1,j}+\tilde{\tilde{F}}_{N-1,j}-Y_{N-1,j-1}; \tag{17}$$

здесь $\quad \tilde{\tilde{A}}=\tilde{A}+\tilde{C}\tilde{D}^{-1}\frac{\bar{B}}{2h};\quad \tilde{\tilde{B}}_1=\tilde{B}-\tilde{C}\tilde{D}^{-1}\frac{2\bar{B}}{h};\quad \tilde{\tilde{F}}_{N-1,j}=-\tilde{C}\tilde{D}^{-1}P^{гр}_{N,j}+\tilde{F}_{N-1,j}.$

В выше приведённых соотношениях участвуют функции $Y_{1,j-1}$, $Y_{i,j-1}$, $Y_{N-1,j-1}$. Они определяются из начальных условий. Начальных условий (7) имеет вид

$$A\frac{\partial Y}{\partial t}\bigg|_{t=0}=\dot{Y}^0_{i,0},\quad Y\bigg|_{t=0}=Y^0_{i,0}, \tag{18}$$

отсюда имеем $\quad \frac{A}{2\tau}\left(Y_{i,j+1}-Y_{i,j-1}\right)=\dot{Y}^0_{i,0};\quad Y_{i,0}=Y^0_{i,0}.$ (19)

Из соотношения (19) при $j=0$ получим:

$$Y_{i,-1} = Y_{i,1} - 2\tau\ A^{-1}\ \dot{Y}^0_{i,0}; \quad Y_{i,0} = Y^0_{i,0}. \tag{20}$$

Функции $Y_{1,1}$ из (15), $Y_{i,j}$ из (10), $Y_{i-1,j}$ из (16) и (17)после использования соотношения (18) выражаются через начальные условия.

Из (15) при $i=1,\ j=0$ имеем:

$$Y_{1,1} = \tilde{\tilde{B}}Y^0_{1,0} + \tilde{\tilde{C}}Y^0_{2,0} + \tilde{\tilde{F}}_{1,0} - Y_{1,-1}.$$

Отсюда с учетом (19): $$Y_{1,1} = \frac{1}{2}\left(\tilde{\tilde{B}}Y^0_{1,0} + \tilde{\tilde{C}}Y^0_{2,0} - 2\tau\ A^{-1}\ \dot{Y}^0_{i,0} + \tilde{\tilde{F}}_{1,0}\right), \tag{21}$$

при $i=i,\ j=0$ из (10): $Y_{i,1} = \tilde{A}Y_{i-1,0} + \tilde{B}Y_{i,0} + \tilde{C}Y_{i+1,0} + \tilde{F}_{i,0} - Y_{i,-1}$.

С учетом (18) – (20): $$Y_{i,1} = \frac{1}{2}\left(\tilde{A}Y_{i-1,0} + \tilde{B}Y_{i,0} + \tilde{C}Y_{i+1,0}\right) + \tau\ A^{-1}\ \dot{Y}^0_{i,0}. \tag{22}$$

Из (15) и (16) при $i=N-1,\ j=0$ с учетом (20) имеем

$$Y_{N-1,1} = \frac{1}{2}\left(\tilde{\tilde{A}}Y^0_{N-2,0} + \tilde{\tilde{B}}Y^0_{N-1,0} + \tilde{\tilde{F}}_{N-1,0}\right) + \tau\ A^{-1}\ \dot{Y}^0_{N-i,0}\ . \tag{23}$$

В результате сформировано задача Коши в виде алгебраических уравнений. Здесь внутренним циклом является параметр *i*, а внешним параметр *j*. Для анализа влияния взаимодействия подземных трубопроводов с окружающим грунтом на НДС использованы разработанные алгоритм расчета, а также для сравнительной оценки произведен расчет с использованием комплекса программ ANSYS [5].

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Москвитин В. В. Сопротивление вязкоупругих материалов. – М.: URSS. – 2019. – 328 с. (переизд).
2. Рашидов Т.Р., Хожметов Г.Х. Сейсмостойкость подземных трубопроводов. – Ташкент: Фан. – 1985. – 152 с.
3. Рашидов Т.Р., Юлдашев Т., Маткаримов А.Х. Модели сейсмодинамики подземных сооружений при пространственном нагружении // Вестник ТашИИТ. – Ташкент. –2006. – № 1. – С. 66 –74.
4. Бадалов Ф. Б. Методы решения интегральных и интегро-дифференциальных уравнений наследственной теории вязкоупругости. – Ташкент: Мехнат. – 1987. – 272 с.
5. Абдусаттаров А., Рузиева Н.Б. Моделирование нелинейного деформирования магистральных трубопроводов при повторно-статическом и динамическом нагружении с учетом повреждаемости // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2021. – №4(34). – С. 15–35.