

ISSN 2782-4365



Научно-образовательный электронный журнал

ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ

**Выпуск №46-1
(январь, 2024)**



Международный научно-образовательный
электронный журнал
«ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ»

ISSN 2782-4365

УДК 37

ББК 94

**Международный научно-образовательный электронный журнал
«ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ». Выпуск №46-1 (январь, 2024).
Дата выхода в свет: 08.01.2024.**

Сборник содержит научные статьи отечественных и зарубежных авторов по экономическим, техническим, философским, юридическим и другим наукам.

Миссия научно-образовательного электронного журнала «ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ» состоит в поддержке интереса читателей к оригинальным исследованиям и инновационным подходам в различных тематических направлениях, которые способствуют распространению лучшей отечественной и зарубежной практики в интернет пространстве.

Целевая аудитория журнала охватывает работников сферы образования (воспитателей, педагогов, учителей, руководителей кружков) и школьников, интересующихся вопросами, освещаемыми в журнале.

Материалы публикуются в авторской редакции. За соблюдение законов об интеллектуальной собственности и за содержание статей ответственность несут авторы статей. Мнение редакции может не совпадать с мнением авторов статей. При использовании и заимствовании материалов ссылка на издание обязательна.

© ООО «МОЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ КАРЬЕРА»

© Коллектив авторов

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Пестерев С.В. – гл. редактор, отв. за выпуск

Артикова Мухайохон Ботиралиевна	доктор педагогических наук, доцент
Ахмедов Ботиржон Равшанович	доктор философии в филолог. науках (PhD), доцент
Батурин Сергей Петрович	кандидат исторических наук, доцент
Бекжанова Айнура Мархабаевна	доктор философии по педагог. наукам (PhD), доцент
Боброва Людмила Владимировна	кандидат технических наук, доцент
Богданова Татьяна Владимировна	кандидат филологических наук, доцент
Ботиров Аминжон Розимбоевич	кандидат биологических наук, доцент
Демьянова Людмила Михайловна	кандидат медицинских наук, доцент
Еремеева Людмила Эмировна	кандидат технических наук, доцент
Жуманова Фатима Ураловна	кандидат педагогических наук, доцент
Засядько Константин Иванович	доктор медицинских наук, профессор
Исломова Саидахон Тургуновна	доктор философии по техническим наукам (PhD), доцент
Колесников Олег Михайлович	кандидат физико-математических наук, доцент
Коробейникова Екатерина Викторовна	кандидат экономических наук, доцент
Ланцева Татьяна Георгиевна	кандидат экономических наук, доцент
Мухамедова Лола Джураевна	доктор философии по филологическим наукам (PhD)
Нарзикулова Фируза Ботировна	доктор психологических наук
Нобель Артем Робертович	кандидат юридических наук, доцент
Ноздрин Наталья Александровна	кандидат педагогических наук, доцент
Нуржанов Сабит Узакбаевич	доктор историч. наук (dsc), старший научный сотрудник
Павлов Евгений Владимирович	кандидат исторических наук, доцент
Петрова Юлия Валентиновна	кандидат биологических наук, доцент
Попов Сергей Викторович	доктор юридических наук, профессор
Расулходжаева Мадина Ахмаджоновна	доктор философии по педагог. наукам (PhD), доцент
Рахматова Фотима Ганиевна	доктор философии по педагог. наукам (PhD), доцент
Рахмонов Азизхон Боситхонови	доктор педагогических наук, доцент
Таспанова Айзада Кенжебаевна	доктор философии (PhD) по экономическим наукам
Таспанова Жыгагул Кенжебаевна	доктор философии по педагог. наукам (PhD), доцент
Табашникова Ольга Львовна	кандидат экономических наук, доцент
Тўрабоева Мадинахон Рахмонжон кизи	кандидат педагогических наук, доцент
Тюрин Александр Николаевич	кандидат географических наук, доцент

Уразова Лариса Карамовна	кандидат исторических наук, доцент
Усубалиева Айнура Абдыжапаровна	кандидат социологических наук, доцент
Фаттахова Ольга Михайловна	кандидат технических наук, доцент
Хожиев Шохрух Тошпулатович	доктор философии (PhD) по техническим наукам, доцент
Худайкулов Хол Джумаевич	доктор педагогических наук, профессор
Худойбердиева Хурият Каримбердиевна	доктор философии (PhD) в социальной философии
Ширинов Отабек Тувалович	доктор психологических наук (PhD)
Эшназаров Журакул	кандидат педагогических наук, профессор
Эшназарова Фарида Журакуловна	доктор философии по философии (PhD)
Юнусова Бахора Ахтамжоновна	кандидат филологических наук, ассистент
Яхяева Сожида Абдурахимовна	доктор философии (PhD) в социальной философии

МЕТОД ФЕЙГЕНБАУМ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ЛОГИСТИЧЕСКИХ ЦИКЛОВ ОТРАЖЕНИЯ

Х.И. Хатамов – Учитель физики академического лицея Ферганского филиала Ташкентского университета информационных технологий.

И.М. Усмонов – Учитель физики академического лицея Ферганского филиала Ташкентского университета информационных технологий.

Митчел Фейгенбаум, в честь которого был назван сценарий, описанный выше, заметил интересную особенность логистического отображения. Оказалось, критические значения параметра r , которые принято записывать как r_k , образуют последовательность, которая стремится к некоторому значению r_∞ . Приведем несколько первых критических значений:

r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	...	r_∞
3,0	3,449949 ...	3,54409 ...	3,568759 ...	3,569692	...	3,5699457

Оказалось, что последовательность r_k подчиняется следующему соотношению:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{r_k - r_{k-1}}{r_{k+1} - r_k} = \delta = 4,669209 \dots \quad (1)$$

Константа δ характеризует скорость сходимости критических значений r_k к пределу r_∞ . Константа δ называется *универсальной постоянной Фейгенбаума*. Как показали исследования, величина δ не зависит от конкретного вида отображения, главное, чтобы оно было унимодальным (имело один экстремум).

Получается, что любое отображение, испытывающее каскад бифуркаций удвоения периода, переходит к хаосу с одинаковой скоростью.

На этом интересные свойства логистического отображения не заканчиваются. Определим на бифуркационной диаграмме расстояния относительно $x = 0,5$ между подобными ветвями диаграммы и обозначим расстояния как d_k , как это показано на Рис. 1. Этот процесс называют *дроблением масштабов*. Полученные значения d_k образуют последовательность,

которая обладает следующим свойством:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{d_k}{d_{k+1}} = \alpha = -2502907 \dots \quad (2)$$

Постоянная α называется *универсальным масштабным множителем*. Помимо

хаотических траекторий, логистическое отображение имеет в области параметра $r > r_\infty$ множество периодических траекторий.

Среди них можно найти траектории с периодом 3, 5 или 7. Это подтверждает *теорему Ли и Йорке*, известную под названием «период три рождает хаос», которая говорит, что, если в системе существует цикл периода 3, то в ней имеется и набор начальных условий, который приводит к хаотической динамике.

Одномерные отображения реализующие циклы с периодом три имеют также циклы с любым другим числом периодов. Об этом гласит *теорема Шарковского*. Её более точная формулировка такая: если непрерывное отображение одномерного интервала в себя имеет цикл периода n , то оно имеет также и циклы со все-возможными периодами, которые находятся справа от n в ряду:

$$3, 5, 7, 9, \dots, 2 \cdot 3, 2 \cdot 5, 2 \cdot 7, 2 \cdot 9, \dots, 2^2 \cdot 3, 2^2 \cdot 5, 2^2 \cdot 7, 2^2 \cdot 9, \dots, 2^3 \cdot 3, 2^3 \cdot 5, 2^3 \cdot 7, 2^3 \cdot 9, 2^4 \cdot 3, 2^4 \cdot 5, 2^4 \cdot 7, 2^4 \cdot 9, \dots, 2^3 \cdot 2^2 \cdot 2^1 \cdot 1$$

Приведенный ряд натуральных чисел называется *порядком Шарковского* и представляет собой упорядоченный натуральный ряд.

На Рис. 2 можно убедиться в том, что в бифуркационной диаграмме логистического отображения возникают так называемые «окна периодичности» в области параметра $r > r_\infty$. На рисунке выделены значения параметра, при котором можно наблюдать соответствующие периоды.



Рис. 1. Иллюстрация процесса дробления масштабов.

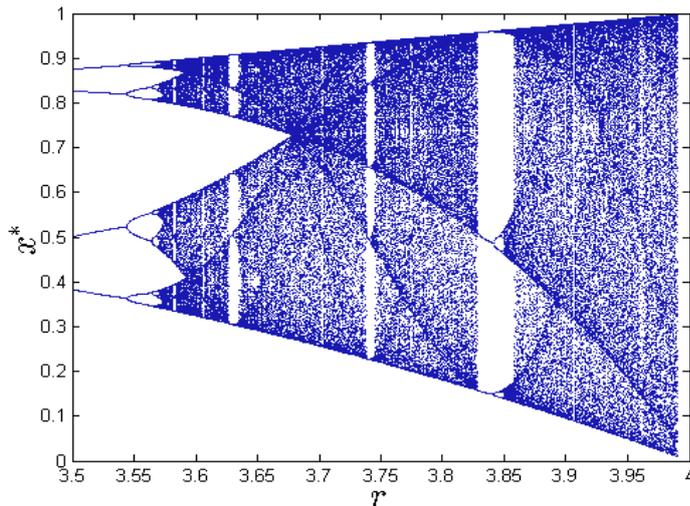


Рис. 2 Возникновение «окон периодичности» в бифуркационной диаграмме. Красным выделены окна соответствующие циклам периода 6, 5 и 3.

Очень эффективным способом оценки «хаотичности» является рассмотрение такой величины как *показатель Ляпунова*. Это показатель, который определяет меру расходимости траектории, т.е. характер изменения траектории в зависимости от изменения начального условия.

Система называется *устойчивой по Ляпунову*, если две траектории, стартовавшие из близких начальных точек, остаются близкими в любой последующий момент времени. Далее мы опишем это условие математически.

Динамическая система, как уже упоминалось выше, может быть задана обыкновенным дифференциальным уравнением вида (см. подробно в Ч.2)

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = F(\vec{x}) \quad (2)$$

Рассмотрим одномерный случай. В этом случае уравнение (2) запишется как:

$$\dot{x} = F(x) . \quad (3)$$

Пусть $x_0(t)$ – это некоторое решение уравнения (3), а $y(t)$ – это отклонение от начальной траектории, реализующееся в результате выбора другого начального условия. В результате получаем, что $x(t) = x_0(t) + y(t)$. Подставим $x(t)$ в формулу (3), и разложим правую часть в ряд:

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} = F(x_0) + \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_{x=x_0} \cdot y + \dots \quad (4)$$

Ограничиваясь линейным приближением, получаем

$$\frac{dy}{dt} = \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_{x=x_0} y \quad (5)$$

Решение уравнения (4) запишется следующим образом: $y = y(0) \cdot e^{\Lambda t}$, где $y(0)$ – начальное смещение.

Получаем, что при $\Lambda > 0$ траектория $x(t)$ будет экспоненциально расходиться с траекторией $x_0(t)$. Если же $\Lambda < 0$, то напротив траектории будут со временем сближаться. Показатель степени экспоненты Λ называется *показателем Ляпунова* и определяется как:

$$\Lambda = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \cdot \ln \left| \frac{y(t)}{y(0)} \right| \quad (6)$$

Обобщая данный результат на случай многомерного фазового пространства и вводя $\vec{y} = (0)$ – вектор начального смещения, можно записать следующее:

$$\Lambda(\vec{y}(0)) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \cdot \ln \left| \frac{y(t)}{y(0)} \right| \quad (7)$$

При всех возможных поворотах вектора $\vec{y}(0)$ в (6) $\Lambda(\vec{y}(0))$ будет давать набор дискретных значений. Причем количество возможных значений будет соответствовать размерности фазового пространства. Набор чисел $\{\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_N\}$ называют *спектром ляпуновских показателей*. Очевидно, что, если в наборе присутствует хотя бы один положительный показатель, то система по данному направлению фазового пространства неустойчива. Если все показатели отрицательны, то система устойчива. Равенство нулю показателя Ляпунова обычно свидетельствует о недостаточности линейного анализа устойчивости.

Показатели Ляпунова чрезвычайно полезны при описании различных динамических систем, и возможности использования этого подхода весьма широки.

Для одномерных отображений формулу (5) после математических упрощений можно записать в виде:

$$\Lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_i^n \ln |f'(x_i)|. \quad (8)$$

Для расчета показателя Ляпунова для одномерного отображения можно воспользоваться следующим алгоритмом:

1. Вычисляется последовательность x_n , для какого-то начального значения. Рекомендуется выбирать достаточно большое n , т.к. в формуле (2) предполагается, что n стремится к бесконечности.
2. Далее, берется производная от функции отображения f и точки из набора x_n отображаются в другой набор x'_n , по правилу $x'_n = f'(x_n)$.
3. Производится суммирование по всем прологарифмированным членам полученной последовательности, и полученная сумма делится на n .

На Рис. 3. построена зависимость показателя Ляпунова для логистического отображения от управляющего параметра r .

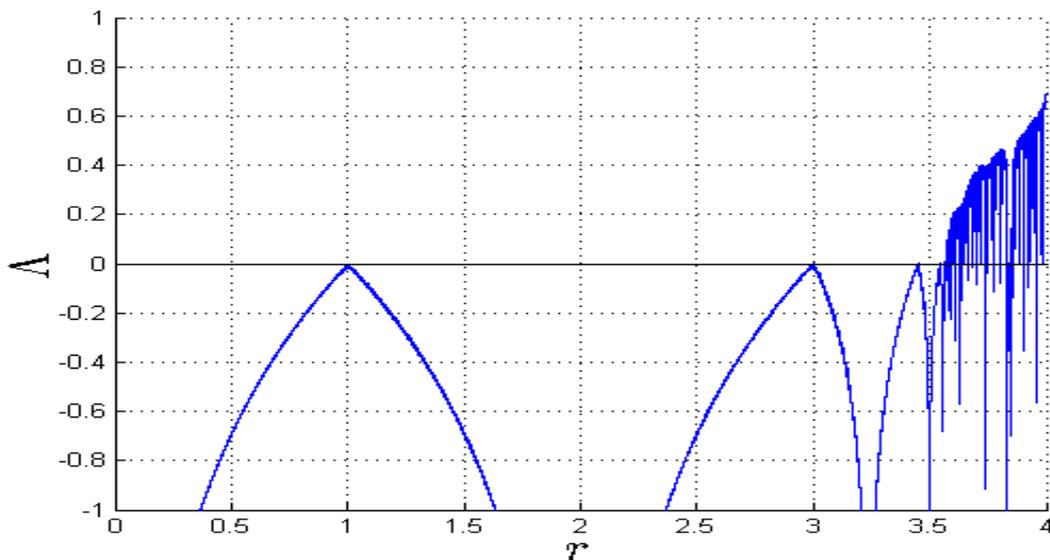


Рис. 3. Показатель Ляпунова в зависимости от управляющего параметра в логистическом отображении.

Обратим внимание, что показатель Ляпунова на Рис. 3 обращается в ноль при тех же самых значениях параметра r , что и точки бифуркации удвоения периода возникавшие на Рис. Это говорит о том, что при помощи зависимости показателя Ляпунова от управляющего параметра можно не только определять устойчивость системы, но и выявлять точки бифуркации.

Как оказалось, анализировать столь специфический класс динамических систем, поведение которых описывают одномерные отображения, даже для простых моделей не так-то просто. Однако интересно, что методы, применяемые здесь, оказываются полезными и при анализе явлений, возникающих в более сложных моделях. Для более основательного закрепления и усвоения материала, предлагается проанализировать поведение некоторых модельных систем. Во всех ниже приведенных системах нужно построить функцию отображения и лестницу Ламерея для различных значений управляющих параметров с выделением предельных циклов. Необходимо также построить бифуркационные диаграммы и графики зависимости показателя Ляпунова от управляющего параметра.

Список использованной литературы

1. Г. Шустер. Детерминированный хаос: Введение. – М.: Мир, 1988. – 253 с.
2. Ю.Н. Прошин, И.М. Еремин. Вычислительная физика. – Казань: КГУ, 2009. – 180 с.
3. Р.Г. Деминов, С.К. Сайкин, Ю.Н. Прошин. Вычислительные методы в теоретической физике. – Казань: КГУ, 2000. – 36 с.
4. А.Ю Лоскутов, А.К. Прохоров, С.Д. Рыбалко. Динамика неоднородных цепочек связанных квадратичных отображений. // ТМФ. 2002. – Т. 132. – С. 105-125.

5. R. Gilmore, M. Lefranc. The topology of chaos. Alice in Stretch and Squeezeland. – Wiley-VCH, 2002, – 551 p.